CENGAGE Learning

TERCERA EDICIÓN



INGENIERÍA MECÁNICA

ESTÁTICA

ANDREW PYTEL

JAAN KIUSALAAS

Ingeniería mecánica

Estática

Tercera edición

Andrew Pytel
The Pennsylvania State University

Jaan Kiusalaas
The Pennsylvania State University

Traducción:
Ing. Javier León Cárdenas
Escuela Superior de Ingeniería Química
e Industrias Extractivas
Instituto Politécnico Nacional

Revisión Técnica:
Ing. José Nicolás Ponciano Guzmán
Instituto Tecnológico de Morelia
Instituto Tecnológico y de Estudios
Superiores de Monterrey
Campus Morelia

CENGAGE Learning®

Australia • Brasil • Corea • España • Estados Unidos • Japón • México • Reino Unido • Singapur

CENGAGE Learning™

Ingeniería Mecánica, Estática. Tercera edición
Andrew Pytel/Jaan Kiusalaas

Presidente de Cengage Learning Latinoamérica:
Fernando Valenzuela Migoya

Director Editorial, de Producción y de Plataformas Digitales para Latinoamérica:
Ricardo H. Rodríguez

Gerente de Procesos para Latinoamérica:
Claudia Islas Licona

Gerente de Manufactura para Latinoamérica:
Raúl D. Zendejas Espejel

Gerente Editorial de Contenidos en Español:
Pilar Hernández Santamarina

Coordinador de Manufactura:
Rafael Pérez González

Editores:
Sergio R. Cervantes González
Timoteo Eliosa García

Diseño de portada:
Studio 2.0

Imagen de portada:
© Dreamstime

Composición tipográfica:
Ediciones OVA

Traducido del libro
Engineering Mechanics: Statics. Third Edition.
Andrew Pytel/Jaan Kiusalaas
Publicado en inglés por Cengage Learning © 2010
ISBN: 978-0-495-24469-1

Datos para catalogación bibliográfica:
Pytel, Andrew y Jaan Kiusalaas
Ingeniería Mecánica, Estática. Tercera edición
ISBN: 978-607-481-831-4

Visite nuestro sitio en:
http://latinoamerica.cengage.com

Impreso en México
1 2 3 4 5 6 7 15 14 13 12

Contenido

*Indica temas opcionales

2 Operaciones básicas con sistemas de fuerzas



Un concepto fundamental de la estática es la equivalencia de fuerzas. Por ejemplo, una fuerza simple puede producir el mismo efecto sobre la plataforma de perforación flotante que las dos fuerzas aplicadas por los remolcadores. La equivalencia de fuerzas es uno de los temas que se analizan en este capítulo. Don Farrall/Photodisc/Getty Images

2.1 Introducción

La utilidad del álgebra vectorial en problemas del mundo real se origina del hecho de que varias cantidades físicas encontradas comúnmente poseen propiedades de los vectores. Una de esas cantidades es la fuerza. Stevenius (1548-1620) demostró que ésta obedece la ley del paralelogramo o la suma.

En este capítulo se inicia el estudio de los efectos de fuerzas sobre partículas y cuerpos rígidos. En particular, aprenderemos cómo utilizar el álgebra vectorial para reducir sistemas de fuerzas a un sistema equivalente más simple. Si las fuerzas son *concurrentes* (todas ellas se intersecan en el mismo punto), se demostrará que el sistema equivalente es una sola fuerza. La reducción de un sistema de fuerzas no concurrentes requiere dos conceptos vectoriales adicionales: el momento de una fuerza y el par. En este capítulo se analizan los dos conceptos.

2.2 Equivalencia de fuerzas

Recordemos que los vectores son cantidades que tienen magnitud y dirección y que se suman de acuerdo con la ley del paralelogramo. Se dice que dos vectores que tienen la misma magnitud y dirección son *iguales*.

En mecánica, el término *equivalencia* implica intercambio; dos vectores se consideran equivalentes si se pueden intercambiar sin cambiar el resultado del problema. La igualdad no siempre resulta en equivalencia. Por ejemplo, una fuerza aplicada a un cierto punto en un cuerpo no necesariamente produce el mismo efecto sobre el cuerpo que una fuerza igual actuando en un punto diferente.

Desde el punto de vista de la equivalencia, los vectores que representan cantidades físicas se clasifican en los tres tipos siguientes:

- *Vectores fijos:* vectores equivalentes que tienen la misma magnitud, dirección y punto de aplicación.
- *Vectores deslizantes:* vectores equivalentes que tienen la misma magnitud, dirección y línea de acción.
- *Vectores libres:* vectores equivalentes que tienen la misma magnitud y dirección.

Es posible que una cantidad física sea un tipo de vector, digamos, fijo, en una aplicación y otro tipo de vector, como deslizante, en otra aplicación. En el álgebra vectorial, repasada en el capítulo 1, todos los vectores se trataron como vectores libres.

2.3 Fuerza

Fuerza es el término asignado a la interacción mecánica entre cuerpos. Una fuerza puede afectar tanto el movimiento como la deformación del cuerpo sobre el que actúa. Las fuerzas se pueden originar del contacto directo entre cuerpos o se pueden aplicar a una distancia (como la atracción gravitacional). Las fuerzas de contacto se distribuyen sobre un área superficial del cuerpo, en tanto que las fuerzas que actúan a una distancia se distribuyen sobre el volumen del cuerpo.

En ocasiones el área sobre la que se aplica una fuerza de contacto es tan pequeña que se puede aproximar por un punto, caso en el cual se dice que la fuerza está *concentrada* en el punto de contacto. El punto de contacto también se denomina *punto de aplicación* de la fuerza. La *línea de acción* de una fuerza concentrada es la línea que pasa por el punto de aplicación y es paralela a la fuerza. En este capítulo sólo se consideran fuerzas concentradas; el análisis de las fuerzas distribuidas inicia en el capítulo siguiente.

La fuerza es un *vector fijo*, debido a que una de sus características (además de su magnitud y dirección) es su punto de aplicación. Como una prueba informal, considere las tres barras idénticas que se muestran en la figura 2.1, cada una cargada por dos fuerzas de magnitud P iguales pero opuestas. Si las fuerzas se aplican como se muestra en la figura 2.1(a), la barra está en tensión y su deformación es un alargamiento. Si se intercambian las fuerzas, como se observa en la figura 2.1(b), la barra se pone en compresión, lo que resulta en su acortamiento. Las cargas en la figura 2.1(c), donde las dos fuerzas actúan en el punto A, no producen deformación. Observe que las fuerzas en los tres casos tienen la misma línea de acción y la resultante es cero; sólo los puntos de aplicación son diferentes. Por tanto, se concluye que el punto de aplicación es una característica de una fuerza, en lo que se refiere a la deformación.

Sin embargo, si la barra es rígida (lo que significa que la deformación es despreciable), no habrá diferencias apreciables en el comportamiento de las tres barras en

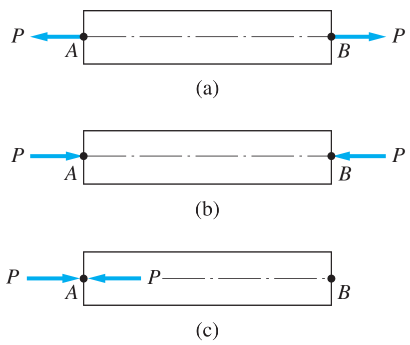


Fig. 2.1

la figura 2.1. En otras palabras, los *efectos externos** de las tres cargas son idénticos. Se deduce que si sólo se tiene interés en los efectos externos, una fuerza se puede tratar como un *vector deslizante*. La conclusión anterior se resume por el *principio de transmisibilidad*:

> Una fuerza puede desplazarse a cualquier punto de su línea de acción sin cambiar sus efectos externos sobre un cuerpo rígido.

Dos sistemas de fuerzas que producen los mismos efectos externos sobre un cuerpo rígido se dice que son *equivalentes*. (En ocasiones se utiliza el término *equivalente de cuerpo rígido*.)

En resumen, una fuerza es un vector fijo unido a un punto de aplicación, pero si sólo se tiene interés en su efecto externo sobre un cuerpo rígido, una fuerza se puede tratar como un vector deslizante.

Como ilustración adicional del principio de transmisibilidad, considere el bloque rígido que se muestra en la figura 2.2. El bloque está sometido a tres fuerzas **P**, **Q** y **S**, cada una con magnitud de 20 N. Las tres fuerzas son iguales en sentido matemático: **P** = **Q** = **S**. Sin embargo, sólo **P** y **Q** producirán efectos externos idénticos ya que tienen la misma línea de acción. Dado que **S** tiene una línea de acción diferente, su efecto externo será diferente.

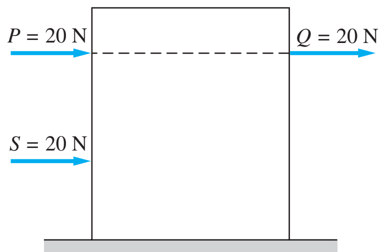


Fig. 2.2

2.4 Reducción de sistemas de fuerzas concurrentes

En esta sección se analiza el método para remplazar un sistema de fuerzas concurrentes por una sola fuerza equivalente.

Considere las fuerzas $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$, . . . que actúan sobre el cuerpo rígido en la figura 2.3(a) (por conveniencia, sólo se muestran tres fuerzas). Todas las fuerzas son concurrentes en el punto *O*. (Sus líneas de acción se intersecan en *O*.) Estas fuerzas se reducen a una sola equivalente mediante los dos pasos siguientes.

1. Mueva las fuerzas a lo largo de sus líneas de acción hasta el punto de concurrencia *O*, como se indica en la figura 2.3(b). De acuerdo con el principio de

*Los efectos externos que más nos interesan son el movimiento (o estado de reposo) del cuerpo y las reacciones en los soportes.

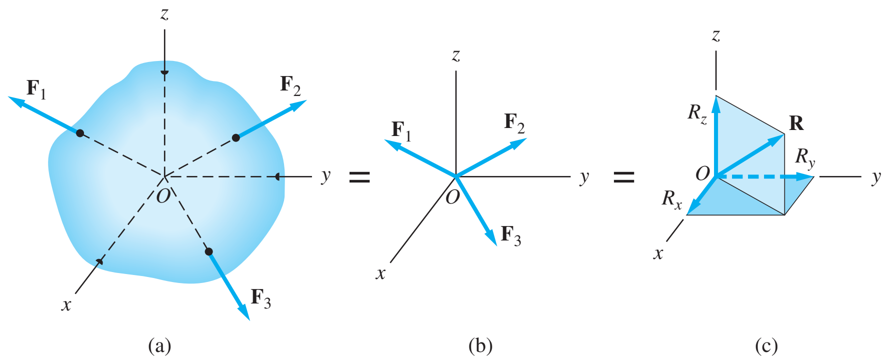


Fig. 2.3

transmisibilidad, esta operación no cambia los efectos externos sobre el cuerpo. Por tanto, los sistemas de fuerzas en las figuras 2.3(a) y (b) son equivalentes, lo que se indica mediante el signo de igual entre las figuras.

2. Con las fuerzas ahora en el punto común O, calcule su resultante **R** con la suma vectorial

$$\mathbf{R} = \Sigma\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \cdots \tag{2.1}$$

Esta resultante, que también es equivalente al sistema de fuerzas original, se muestra en la figura 2.3(c) junto con sus componentes rectangulares. Observe que la ecuación (2.1) determina sólo la magnitud y dirección de la resultante. La línea de acción de **R** debe pasar por el punto de concurrencia O a fin de que la equivalencia sea válida.

Al evaluar la ecuación (2.1), se puede utilizar cualquiera de los métodos gráficos o analíticos para la suma vectorial analizados en el capítulo 1. Si se eligen componentes rectangulares, las ecuaciones escalares equivalentes para determinar la fuerza resultante **R** son

$$R_x = \Sigma F_x \qquad R_y = \Sigma F_y \qquad R_z = \Sigma F_z \tag{2.2}$$

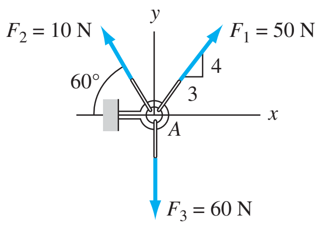
Así pues, se observa que se requieren tres ecuaciones escalares para determinar la fuerza resultante para un sistema de fuerzas concurrentes. Si las fuerzas originales se encuentran en un plano común, digamos, el plano xy, la ecuación $R_z = \Sigma F_z$ no proporciona información independiente y sólo las dos ecuaciones siguientes se necesitan para determinar la fuerza resultante.

$$R_x = \Sigma F_x \qquad R_y = \Sigma F_y \tag{2.3}$$

Es necesario enfatizar que el método descrito aquí para determinar la fuerza resultante es válido sólo para fuerzas que sean concurrentes. Debido a que una fuerza está unida a su línea de acción, la reducción de sistemas de fuerzas no concurrentes requerirá conceptos adicionales, los cuales se analizan más adelante.

Problema de ejemplo 2.1

Determine la resultante de las tres fuerzas concurrentes que se muestran en la figura (a).

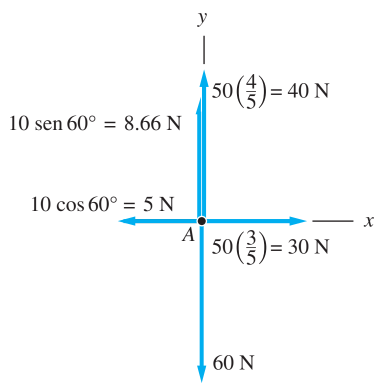


(a)

Solución

Dado que las tres fuerzas son concurrentes en el punto A, se pueden sumar de inmediato para obtener la fuerza resultante **R**.

Las componentes rectangulares de cada una de las tres fuerzas se muestran en la figura (b). Utilizando las ecuaciones (2.3) para determinar las componentes de la resultante, se tiene



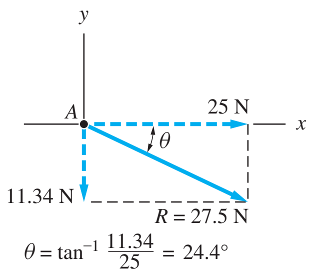
(b)

$$R_x = \Sigma F_x \quad \xrightarrow{+} \quad R_x = 30 - 5 = 25 \text{ N}$$

y

$$R_y = \Sigma F_y \quad +\uparrow \quad R_y = 40 + 8.66 - 60 = -11.34 \text{ N}$$

Los signos en estas ecuaciones indican que R_x actúa hacia la derecha y R_y actúa hacia abajo. La fuerza resultante **R** se muestra en la figura (c). Observe que la magnitud de la resultante es 27.5 N y que actúa a través del punto A (el punto original de concurrencia) a un ángulo de 24.4° como se muestra.



(c)

La solución anterior también se podría obtener utilizando notación vectorial. Las fuerzas primero se escribirían en forma vectorial como sigue:

$$\mathbf{F}_1 = 30\mathbf{i} + 40\mathbf{j} \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_2 = -5\mathbf{i} + 8.66\mathbf{j} \text{ N}$$
$$\mathbf{F}_3 = -60\mathbf{j} \text{ N}$$

y la fuerza resultante **R** se determinaría a partir de la ecuación vectorial

$$\mathbf{R} = \Sigma\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$$

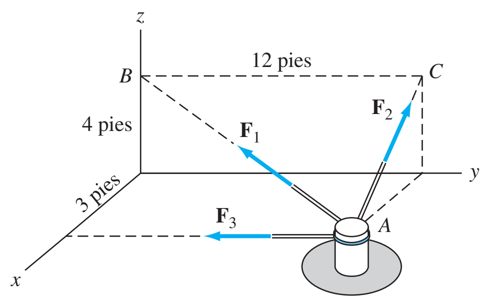
$$\mathbf{R} = (30\mathbf{i} + 40\mathbf{j}) + (-5\mathbf{i} + 8.66\mathbf{j}) + (-60\mathbf{j}) \qquad \textit{Respuesta}$$

$$\mathbf{R} = 25\mathbf{i} - 11.34\mathbf{j}\ \text{N}$$

Utilizar notación escalar o vectorial es un asunto de preferencia personal.

Problema de ejemplo 2.2

Tres cuerdas están unidas al poste en A en la figura (a). Las fuerzas en las cuerdas son $F_1 = 260$ lb, $F_2 = 75$ lb y $F_3 = 60$ lb. Determine: 1. la magnitud de la fuerza **R** que es equivalente a las tres fuerzas que se muestran y 2. las coordenadas del punto donde la línea de acción de **R** interseca el plano yz.



(a)

Solución

Parte 1

Las fuerzas son concurrentes en el punto A y por consiguiente se pueden sumar de inmediato. Como las fuerzas no se encuentran en un plano coordenado, es conveniente utilizar una notación vectorial.

Un método para expresar cada una de las fuerzas en notación vectorial es emplear la forma $\mathbf{F} = F\boldsymbol{\lambda}$, donde $\boldsymbol{\lambda}$ es el vector unitario en la dirección de la fuerza **F**. Entonces

$$\mathbf{F}_1 = 260\boldsymbol{\lambda}_{AB} = 260\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = 260\left(\frac{-3\mathbf{i} - 12\mathbf{j} + 4\mathbf{k}}{13}\right)$$

$$= -60\mathbf{i} - 240\mathbf{j} + 80\mathbf{k}\ \text{lb}$$

$$\mathbf{F}_2 = 75\boldsymbol{\lambda}_{AC} = 75\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} = 75\left(\frac{-3\mathbf{i} + 4\mathbf{k}}{5}\right)$$

$$= -45\mathbf{i} + 60\mathbf{k}\ \text{lb}$$

$$\mathbf{F}_3 = -60\mathbf{j}\ \text{lb}$$

La fuerza resultante está dada por

$$\mathbf{R} = \Sigma\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$$

$$= (-60\mathbf{i} - 240\mathbf{j} + 80\mathbf{k}) + (-45\mathbf{i} + 60\mathbf{k}) + (-60\mathbf{j})$$

$$= -105\mathbf{i} - 300\mathbf{j} + 140\mathbf{k} \text{ lb}$$

La magnitud de **R** es

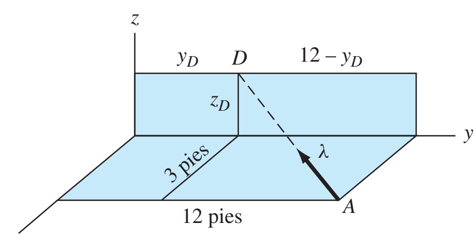
$$R = \sqrt{(-105)^2 + (-300)^2 + (140)^2} = 347.3 \text{ lb} \qquad \textit{Respuesta}$$

Parte 2

El vector unitario $\boldsymbol{\lambda}$ en la dirección de **R** es

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{\mathbf{R}}{R} = \frac{-105\mathbf{i} - 300\mathbf{j} + 140\mathbf{k}}{347.3}$$

$$= -0.3023\mathbf{i} - 0.8638\mathbf{j} + 0.4031\mathbf{k}$$



(b)

Sea D el punto donde $\boldsymbol{\lambda}$ interseca el plano yz, como se muestra en la figura (b). Las coordenadas de D se pueden determinar mediante proporciones:

$$\frac{|\lambda_x|}{3} = \frac{|\lambda_y|}{12 - y_D} = \frac{|\lambda_z|}{z_D}$$

Sustituyendo las componentes de $\boldsymbol{\lambda}$, se tiene

$$\frac{0.3023}{3} = \frac{0.8638}{12 - y_D} = \frac{0.4031}{z_D}$$

lo que da

$$y_D = 3.43 \text{ pies} \qquad z_D = 4.0 \text{ pies} \qquad \textit{Respuesta}$$

Problemas

2.1 ¿Cuáles de los sistemas de fuerzas son equivalentes a la fuerza de 500 N en (a)?

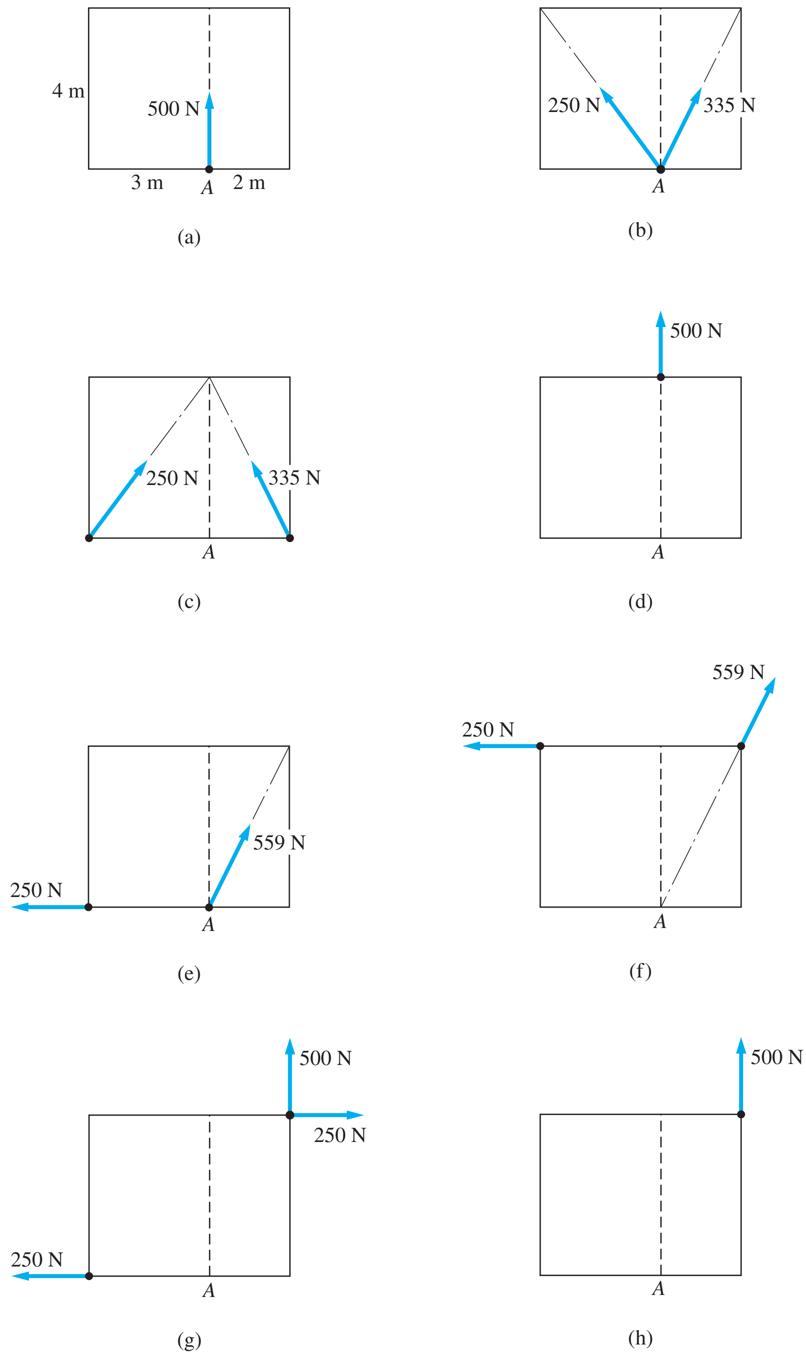


Fig. P2.1

2.2 Dos personas tratan de mover la roca aplicando las fuerzas que se muestran. Determine la magnitud y dirección de la fuerza que es equivalente a las dos fuerzas aplicadas.

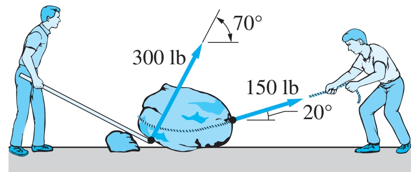


Fig. P2.2

2.3 Las magnitudes de las tres fuerzas aplicadas a la armella son $T_1 = 110$ lb, $T_2 = 40$ lb y $T_3 = 150$ lb. Remplace estas fuerzas con una sola fuerza equivalente **R**. Muestre el resultado en un bosquejo de la armella.

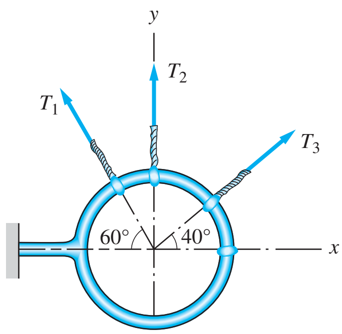


Fig. P2.3

2.4 Determine P y θ de manera que las tres fuerzas indicadas sean equivalentes a la fuerza simple $\mathbf{R} = 85\mathbf{i} + 20\mathbf{j}$ kN.

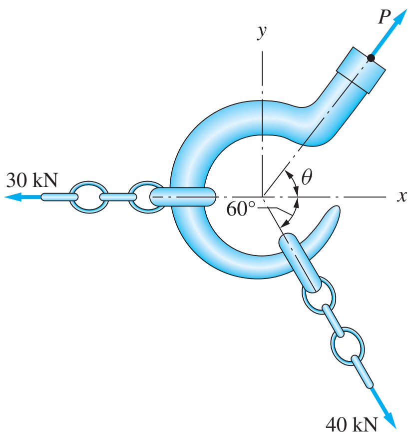


Fig. P2.4

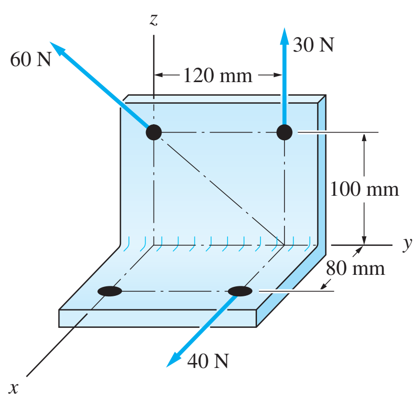


Fig. P2.5

2.5 Remplace las tres fuerzas que actúan sobre la ménsula por una fuerza equivalente.

2.6 Las fuerzas $P_1 = 110$ lb, $P_2 = 200$ lb y $P_3 = 150$ lb son equivalentes a una sola fuerza **R**. Determine: (a) la magnitud de **R** y (b) las coordenadas del punto donde la línea de acción de **R** cruza el plano *yz*.

2.7 Determine las magnitudes de las tres fuerzas $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$ y $\mathbf{P}_3$, si son equivalentes a la fuerza $\mathbf{R} = -600\mathbf{i} + 500\mathbf{j} + 300\mathbf{k}$ lb.

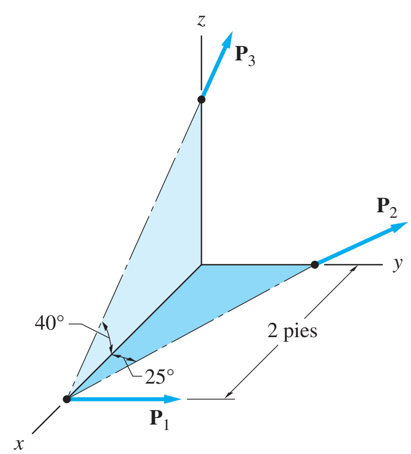


Fig. P2.6, P2.7

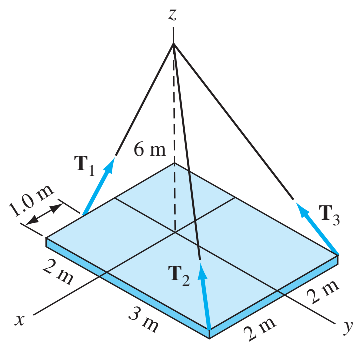


Fig. P2.8, P2.9

2.8 Las magnitudes de las tres fuerzas que actúan sobre la placa son $T_1 = 100$ kN, $T_2 = 80$ kN y $T_3 = 50$ kN. Remplace estas fuerzas con una sola fuerza equivalente **R**. Además, encuentre las coordenadas del punto donde **R** interseca la placa.

2.9 Determine las tres fuerzas que actúan sobre la placa que son equivalentes a la fuerza $\mathbf{R} = 210\mathbf{k}$ kN.

2.10 La fuerza **R** es la resultante de las fuerzas $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$ y $\mathbf{P}_3$ que actúan sobre la placa rectangular. Determine P_1 y P_2 si $R = 40$ kN y $P_3 = 20$ kN.

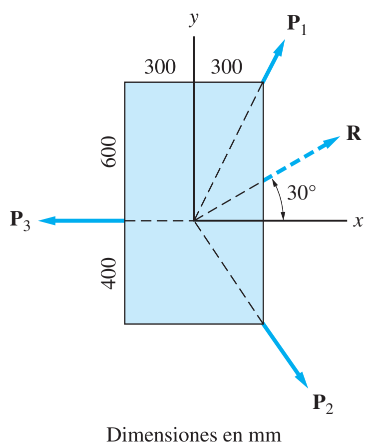


Fig. P2.10

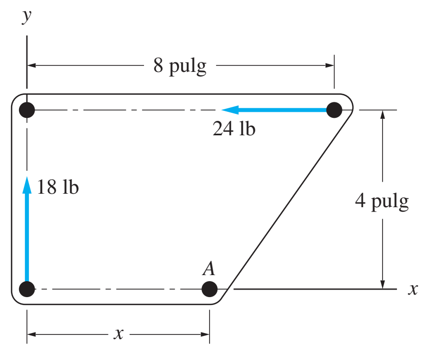


Fig. P2.11

2.11 Las dos fuerzas son equivalentes a una fuerza **R** que tiene la misma línea de acción que pasa por el punto *A*. Determine *R* y la distancia *x*.

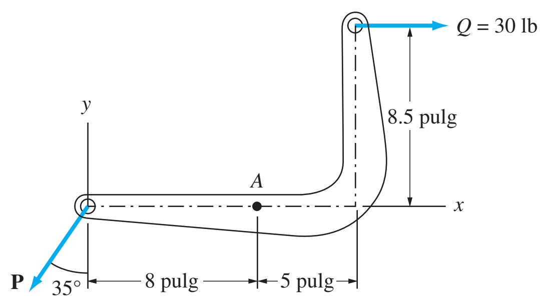


Fig. P2.12

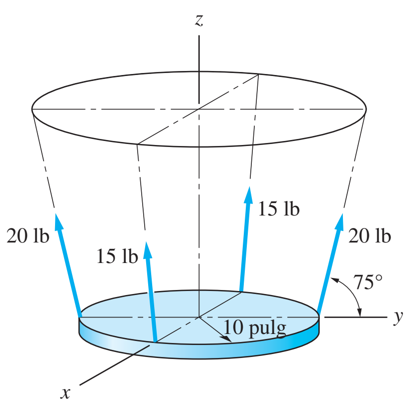


Fig. P2.13

2.12 Si se sabe que las fuerzas **P** y **Q** son equivalentes a una sola fuerza **R** que pasa por el punto *A*, determine *P* y *R*.

2.13 Las cuatro fuerzas se remplazarán por una sola fuerza equivalente. Determine las componentes rectangulares de esta fuerza y el punto de intersección de su línea de acción con la placa.

2.14 Encuentre las fuerzas Q_1, Q_2 y Q_3 de manera que los dos sistemas de fuerzas sean equivalentes.

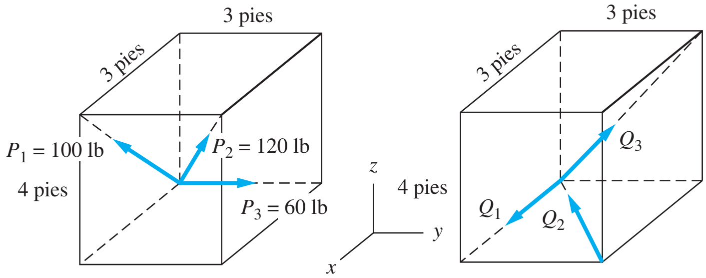


Fig. P2.14

2.15 La persona ejerce una fuerza **P** de 150 lb de magnitud sobre el manubrio de la carretilla. Si se sabe que la resultante de las fuerzas **P**, **Q** (la reacción en el neumático) y **W** (el peso de la carretilla) es la fuerza **R** = 10**i** lb, determine **W**.

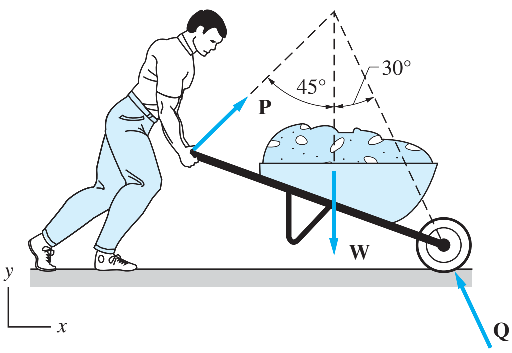


Fig. P2.15

2.16 Las tres fuerzas que actúan sobre la viga se pueden remplazar por una sola fuerza equivalente **R**. Determine el ángulo θ y **R**.

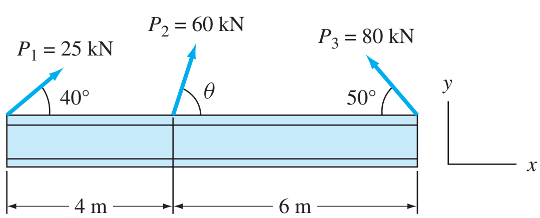


Fig. P2.16

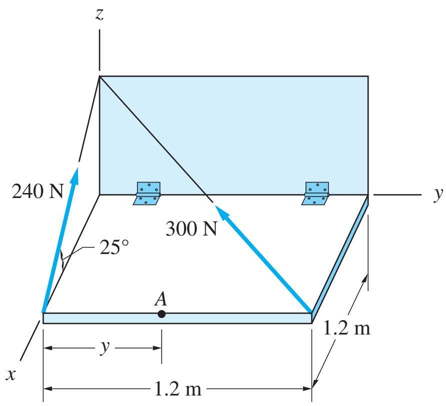


Fig. P2.17

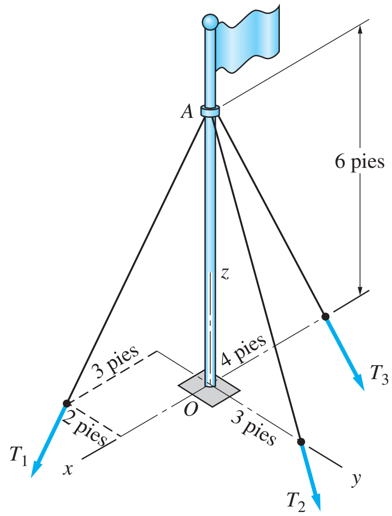


Fig. P2.18

2.17 El escotillón se mantiene en el plano horizontal por dos cables. Remplace las fuerzas en los cables por una fuerza equivalente **R** que pase por el punto A y determine la coordenada y del punto A.

2.18 Remplace las tres fuerzas que actúan sobre la retenida de alambres por una sola fuerza equivalente que actúe sobre el asta de bandera. Utilice $T_1 = 200$ lb, $T_2 = 400$ lb y $T_3 = 350$ lb.

2.19 Las tres fuerzas que actúan sobre el poste son equivalentes a una sola fuerza **R**. Determine: (a) la magnitud de **R** y (b) las coordenadas del punto donde la línea de acción de **R** cruza el plano xy.

2.20 Las tres fuerzas, cada una de magnitud F, se aplican a la caja. Determine F de manera que las tres fuerzas sean equivalentes a una sola fuerza de 600 lb.

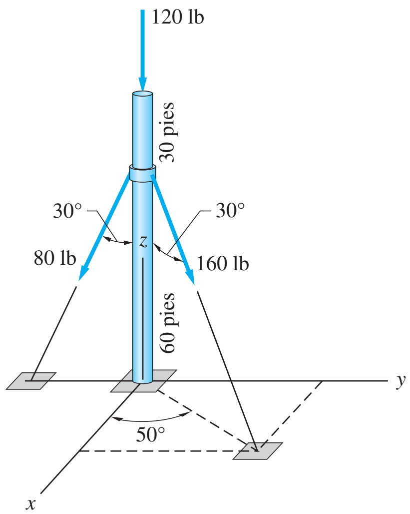


Fig. P2.19

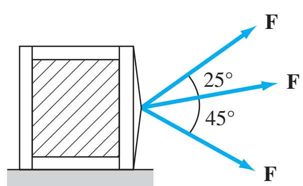


Fig. P2.20

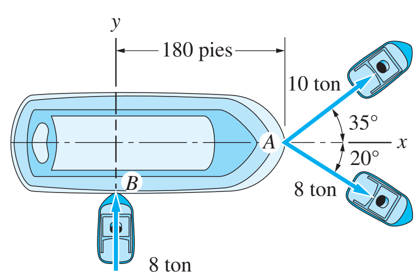


Fig. P2.21

***2.21** Determine la fuerza resultante **R** que es equivalente a las fuerzas ejercidas por los tres remolcadores al maniobrar la barca. Especifique la coordenada del punto en el eje x por el que pasa **R**. (*Sugerencia:* primero determine la fuerza resultante para las dos fuerzas en el punto A y después sume este resultado con la fuerza en el punto B.)

2.5 Momento de una fuerza respecto a un punto

En general, una fuerza que actúa sobre un cuerpo rígido tiende a girar, así como a trasladar, el cuerpo. La fuerza en sí es el efecto traslacional, el cuerpo tiende a moverse en la dirección de la fuerza y la magnitud de la fuerza es proporcional a su habilidad para trasladar el cuerpo. (El enunciado formal de esta relación es la segunda ley de Newton: la fuerza es igual a la masa por la aceleración.) Aquí se introduce la tendencia de una fuerza a girar un cuerpo, denominada *momento de una fuerza respecto a un punto*. Este efecto rotacional depende de la magnitud de la fuerza y la distancia entre el punto y la línea de acción de la fuerza. La tendencia de una fuerza a girar un cuerpo respecto a un eje, denominada *momento de una fuerza respecto a un eje*, se analiza en la sección siguiente.

a. Definición

Sea **F** una fuerza y O un punto que no se encuentra en la línea de acción de **F**, como se muestra en la figura 2.4. Observe que la fuerza **F** y el punto O determinan un plano único. Sea A cualquier punto en la línea de acción de **F** y **r** definida como el vector desde el punto O hasta el punto A.

El momento de la fuerza **F** respecto al punto O, denominado *centro de momento*, se define como

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \tag{2.4}$$

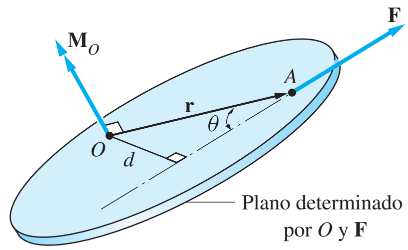


Fig. 2.4

Observe que el momento respecto a un punto tiene dimensiones [FL]. En unidades SI, el momento se mide en newton-metro (N · m). En unidades del sistema inglés, es común emplear libra-pulgada (lb · pulgada) y libra-pie (lb · pie).

El momento de **F** respecto al punto O es un vector por definición. De las propiedades del producto cruz de dos vectores, $\mathbf{M}_O$ es perpendicular a **r** y **F**, con su sentido determinado por la regla de la mano derecha, como se muestra en la figura 2.4.*

b. Interpretación geométrica

El momento de una fuerza respecto a un punto siempre se puede calcular utilizando el producto cruz en la ecuación (2.4). Sin embargo, un cálculo escalar de la magnitud del momento se puede obtener a partir de la interpretación geométrica de la ecuación (2.4).

Observe que la magnitud de $\mathbf{M}_O$ está dada por

$$M_O = |\mathbf{M}_O| = |\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = rF \operatorname{sen} \theta \tag{2.5}$$

en donde θ es el ángulo entre **r** y **F**. Regresando a la figura 2.4, se observa que

$$r \operatorname{sen}\theta = d \tag{2.6}$$

donde d es la distancia perpendicular desde el centro de momento hasta la línea de acción de la fuerza **F** denominada *brazo de momento* de la fuerza. Por tanto, la magnitud de $\mathbf{M}_O$ es

$$M_O = Fd \tag{2.7}$$

*Los vectores momento se dibujan como flechas de doble punta en todo este libro.

Debido a que la magnitud de $\mathbf{M}_O$ sólo depende de la magnitud de la fuerza y la distancia perpendicular d, una fuerza se puede mover en cualquier punto a lo largo de su línea de acción sin cambiar su momento respecto a un punto. Por tanto, en esta aplicación, una fuerza se puede tratar como un vector deslizante. Esto explica por qué cualquier punto A en la línea de acción de la fuerza se puede elegir al determinar el vector $\mathbf{r}$ en la ecuación (2.4).

La ecuación (2.7) es conveniente sólo cuando el brazo de momento se puede determinar con facilidad. Además, al emplear la ecuación (2.7), la dirección de $\mathbf{M}_O$ se debe encontrar por inspección. Por ejemplo, la magnitud del momento de la fuerza de 100 N respecto al punto O en la figura 2.5(a) es $(100)(2) = 200$ N · m y su dirección es en sentido contrario al horario, según su observación desde el eje z positivo. Utilizando la regla de la mano derecha, la representación vectorial de este momento es $\mathbf{M}_O = 200\mathbf{k}$ N · m, como se muestra en la figura 2.5(b). La magnitud del momento respecto al punto O para la fuerza de 100 N en la figura 2.5(c) también es de 200 N · m, pero en este caso su dirección es en sentido horario, según su observación desde el eje z positivo. Para esta fuerza, $\mathbf{M}_O = -200\mathbf{k}$ N · m, como se muestra en la figura 2.5(d). Si bien la descripción vectorial para las dos fuerzas es $-100\mathbf{i}$ N, sus momentos respecto al punto O están dirigidos opuestamente.

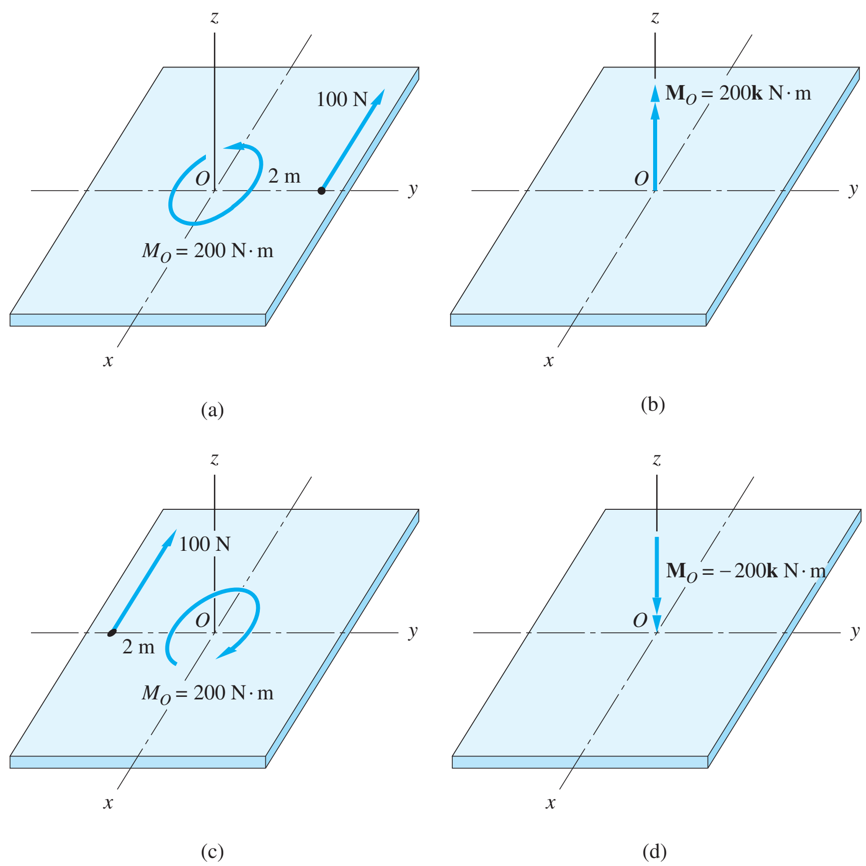


Fig. 2.5

c. Principio de los momentos

Al determinar el momento de una fuerza respecto a un punto, con frecuencia es conveniente emplear el *principio de los momentos*, también conocido como *teorema de Varignon*:

> El momento de una fuerza respecto a un punto es igual a la suma de los momentos de sus componentes respecto a ese punto.

Demostración

Para demostrar el teorema de Varignon, considere las tres fuerzas $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$ concurrentes en el punto A, como se muestra en la figura 2.6, donde $\mathbf{r}$ es el vector desde el punto O hasta el punto A. La suma de los momentos respecto al punto O para las tres fuerzas es

$$\mathbf{M}_O = \Sigma(\mathbf{r} \times \mathbf{F}) = (\mathbf{r} \times \mathbf{F}_1) + (\mathbf{r} \times \mathbf{F}_2) + (\mathbf{r} \times \mathbf{F}_3) \tag{a}$$

Empleando las propiedades del producto cruz, la ecuación (a) se puede escribir así:

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3) = \mathbf{r} \times \mathbf{R} \tag{b}$$

donde $\mathbf{R} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3$ es la fuerza resultante para las tres fuerzas originales. La ecuación (b) demuestra el principio de los momentos: el momento de $\mathbf{R}$ es igual a los momentos de las componentes de $\mathbf{R}$. (Aunque en la demostración anterior sólo se utilizaron tres componentes, es obvio que se puede ampliar a cualquier número de componentes).

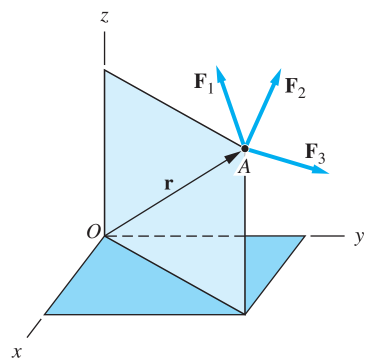


Fig. 2.6

d. Métodos vectoriales y escalares

A partir del análisis anterior se observa que los siguientes son métodos equivalentes para calcular el momento de una fuerza $\mathbf{F}$ respecto a un punto O.

Método vectorial En el método vectorial se utiliza $\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, donde $\mathbf{r}$ es un vector desde el punto O hasta cualquier punto en la línea de acción de $\mathbf{F}$. La técnica más efectiva para utilizar el método vectorial (con componentes rectangulares) es la siguiente: 1. se escribe $\mathbf{F}$ en forma vectorial; 2. se elige una $\mathbf{r}$ y se escribe ésta en forma vectorial y 3. se utiliza la forma de determinante de $\mathbf{r} \times \mathbf{F}$ para evaluar $\mathbf{M}_O$:

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \tag{2.8}$$

donde la segunda y la tercera líneas en el determinante son las componentes rectangulares de $\mathbf{r}$ y $\mathbf{F}$, respectivamente. Estas componentes se muestran en la figura 2.7. El desarrollo del determinante en la ecuación (2.8) da

$$\mathbf{M}_O = (yF_z - zF_y)\mathbf{i} + (zF_x - xF_z)\mathbf{j} + (xF_y - yF_x)\mathbf{k} \tag{2.9}$$

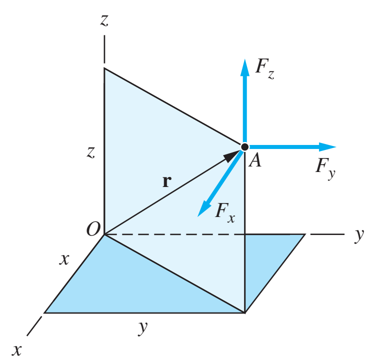
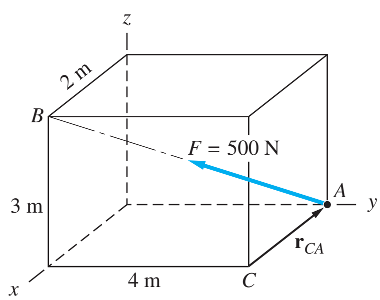


Fig. 2.7

Método escalar En el método escalar, la magnitud del momento de la fuerza $\mathbf{F}$ respecto a O se determina con $M_O = Fd$, donde d es el brazo de momento de la fuerza. En este método el sentido del momento se debe determinar por inspección. Como ya se mencionó, el método escalar es conveniente sólo cuando el brazo de momento d se puede determinar con facilidad.

Problema de ejemplo **2.3**

Determine: 1. el momento de la fuerza **F** respecto al punto *C* y 2. la distancia perpendicular entre *C* y la línea de acción de **F**.



Solución

Parte 1

El momento de una fuerza respecto al punto *C* se puede calcular ya sea mediante el método escalar ($M_C = Fd$) o bien mediante el método vectorial ($\mathbf{M}_C = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$). En este problema el método escalar sería inconveniente, debido a que no hay una forma fácil para determinar *d* (la distancia perpendicular entre *C* y la línea *AB*). Por tanto, se utiliza el método vectorial, que consiste de los tres pasos siguientes: 1. se escribe **F** en forma vectorial, 2. se elige una **r** que se escribe en forma vectorial y 3. se calcula $\mathbf{M}_C = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$.

Paso 1: Se escribe **F** en forma vectorial.

Con referencia a la figura, se obtiene

$$\mathbf{F} = 500\boldsymbol{\lambda}_{AB} = 500\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = 500\left(\frac{2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}}{5.385}\right)$$

lo que da

$$\mathbf{F} = 185.7\mathbf{i} - 371.4\mathbf{j} + 278.6\mathbf{k} \text{ N}$$

Paso 2: Se elige una **r** que se escribe en forma vectorial.

El vector **r** es un vector desde el punto *C* hasta cualquier punto en la línea de acción de **F**. De la figura se observa que hay dos opciones convenientes para **r**, el vector desde el punto *C* hasta el punto *A* o hasta el punto *B*. Como se indica en la figura, se elige que **r** sea $\mathbf{r}_{CA}$. (Como ejercicio, puede resolver este problema eligiendo **r** como el vector desde el punto *C* hasta el punto *B*.) Ahora se tiene

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_{CA} = -2\mathbf{i} \text{ m}$$

6

Vigas y cables



Los cables son los componentes estructurales principales de un puente colgante. En este capítulo se muestra cómo determinar la tensión en un cable ante una variedad de condiciones de carga. George Doyle/ Stockbyte/Getty Images

*6.1 Introducción

En este capítulo se introducen los análisis de vigas y cables flexibles, dos temas importantes de la mecánica estructural. El análisis de vigas que soportan cargas transversales trata del cálculo de fuerzas y pares internos. Como las fuerzas y pares internos pueden variar de una manera complicada con la distancia a lo largo de una viga, se pondrá énfasis considerable en los métodos de cálculo y en las representaciones gráficas de los resultados.

El análisis de cables flexibles también puede volverse muy complejo; la fuente de la dificultad se encuentra en la geometría del cable. Dado que un cable puede soportar sólo una fuerza de tensión, éste debe ajustar su forma de manera que la tensión interna esté en equilibrio con las cargas aplicadas. Por tanto, la geometría del cable no siempre se conoce al inicio del análisis. Cuando se desconoce la forma del cable, la solución invariablemente conduce a ecuaciones no lineales, que se pueden resolver sólo de manera numérica.

PARTE A: *Vigas*

*6.2 *Sistemas de fuerzas internas*

La determinación de fuerzas internas es un paso fundamental en el diseño de miembros que soportan cargas. Sólo después de efectuar este cálculo es que un ingeniero puede seleccionar las dimensiones apropiadas para un miembro o elegir el material con que se debe fabricar.

Si se conocen las fuerzas externas que mantienen un miembro en equilibrio, se pueden calcular las fuerzas internas mediante un análisis directo de equilibrio. Por ejemplo, considere la barra en la figura 6.1(a) que está cargada por las fuerzas externas $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \ldots, \mathbf{F}_5$. Para determinar el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la sección transversal identificada 1 (perpendicular al eje de la barra), primero se deben aislar las partes de la barra que se encuentren a cualquier lado de la sección 1. El diagrama de cuerpo libre (DCL) de la parte a la izquierda de la sección 1 se muestra en la figura 6.1(b). Además de las fuerzas externas $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$, en este DCL se muestra el sistema resultante fuerza-par de las fuerzas internas que están distribuidas sobre la sección transversal: la fuerza resultante $\mathbf{R}$ que actúa en el centroide C de la sección transversal y el par resultante $\mathbf{C}^R$. Como se explicó en el capítulo 3, la fuerza resultante $\mathbf{R}$ se puede colocar en cualquier punto, siempre que se introduzca el par resultante apropiado. Sin embargo, ubicar $\mathbf{R}$ en el centroide de la sección transversal

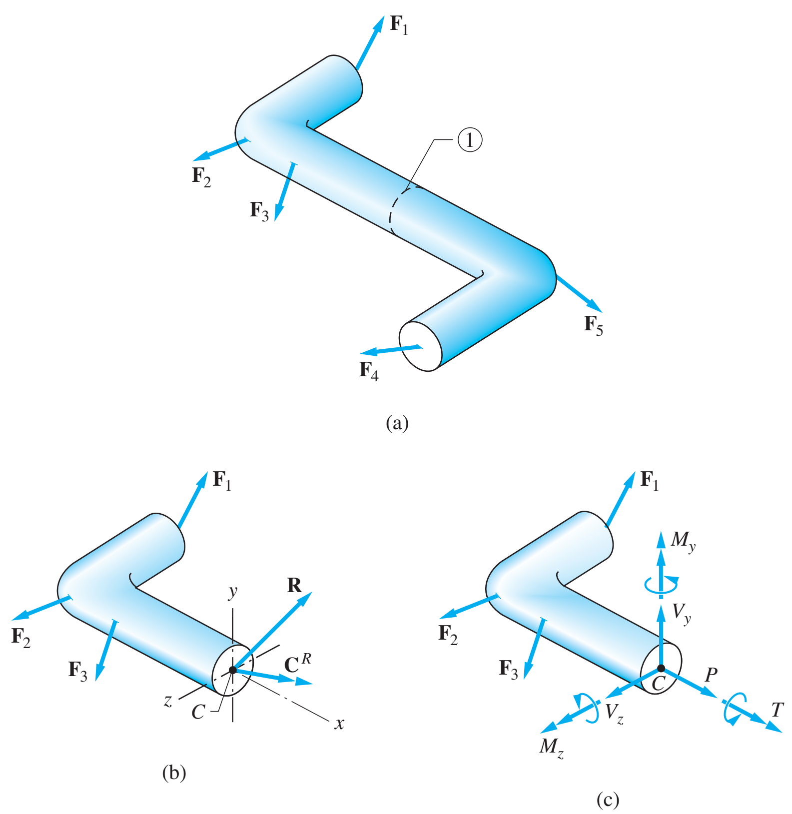


Fig. 6.1

es la práctica ingenieril estándar. Si $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ y $\mathbf{F}_3$ se conocen, se pueden utilizar las ecuaciones de equilibrio $\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{0}$ y $\Sigma\mathbf{M}_C = \mathbf{0}$ para calcular $\mathbf{R}$ y $\mathbf{C}^R$.

Es convencional introducir el sistema de coordenadas centroidal ilustrado en la figura 6.1(b). El eje que es perpendicular a la sección transversal y que pasa por el centroide (eje x) se denomina *eje centroidal*. Las componentes de $\mathbf{R}$ y $\mathbf{C}^R$ relativas a este sistema de coordenadas se identifican por las cantidades mostradas en la figura 6.1(c) y se les dan los nombres físicamente significativos siguientes:

P: la componente de fuerza que es perpendicular a la sección transversal, que tiende a alargar o acortar la barra, se denomina *fuerza normal*.

V_y y V_z: las componentes de fuerza que se encuentran en el plano de la sección transversal, que tienden a deslizar (cortar) las partes de la barra que se encuentran a cualquier lado de la sección transversal relativa a la otra, se denominan *fuerzas cortantes*.

T: la componente del par resultante que tiende a torcer la barra se denomina *momento de torsión* o *par de torsión*.

M_y y M_z: las componentes del par resultante que tienden a doblar la barra se denominan *momentos flexionantes*.

Las deformaciones producidas por estas fuerzas y pares internos se ilustran en la figura 6.2.

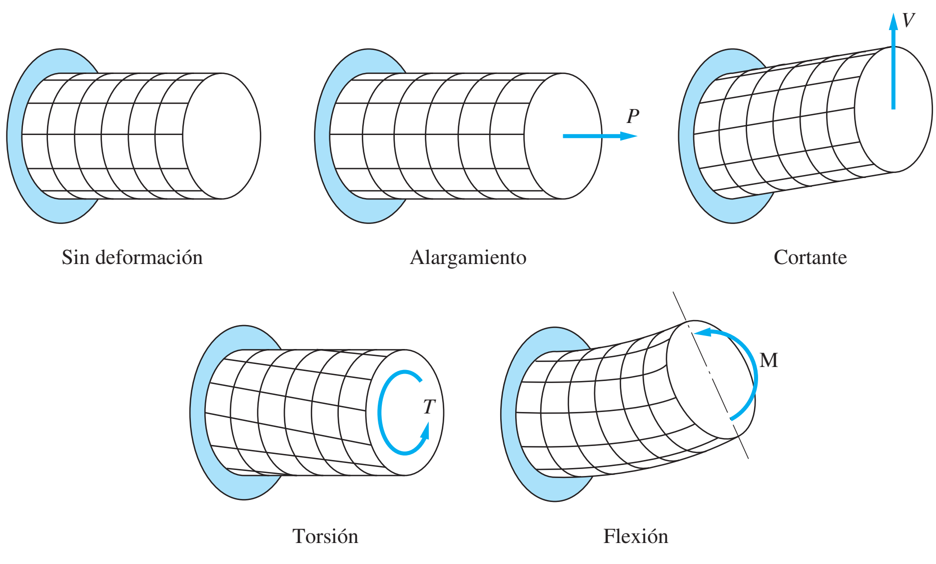


Fig. 6.2

En muchas aplicaciones las fuerzas externas son coplanares y se encuentran en un plano que contiene el eje centroidal. En la figura 6.3(a) se ilustra el caso en el que todas las fuerzas externas se encuentran en el plano x-y, donde el eje x coincide con el eje centroidal de la barra. En este caso especial, las únicas componentes del sistema de fuerzas internas que no son cero y que actúan sobre cualquier sección transversal, por ejemplo, la sección 1, son la fuerza normal P, la fuerza cortante V y el momento flexionante M, como se muestra en la figura 6.3(b).

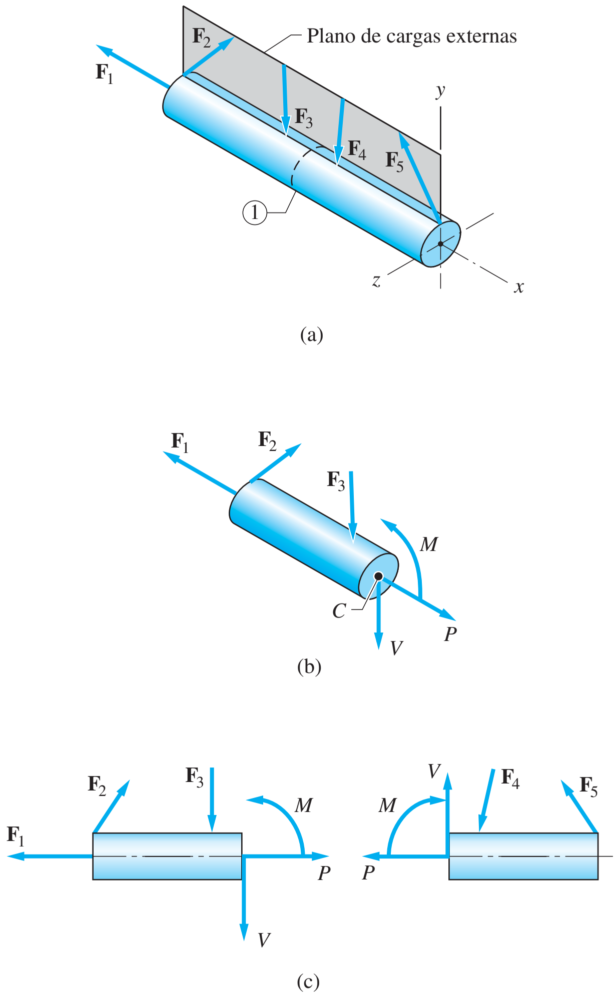
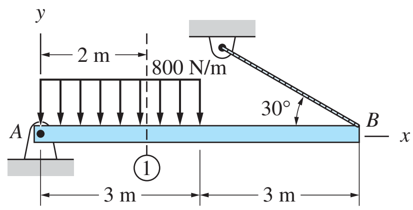


Fig. 6.3

Hasta este punto, nos hemos concentrado en el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la parte de la barra que se encuentra a la izquierda de la sección 1. Utilizando la tercera ley de Newton, estas fuerzas internas ocurren en pares iguales y opuestos sobre los dos lados de la sección transversal, como se muestra en la figura 6.3(c). En las secciones siguientes, enfocamos nuestra atención a calcular las fuerzas y pares internos en miembros sometidos a *fuerzas coplanares*.

Problema de ejemplo **6.1**

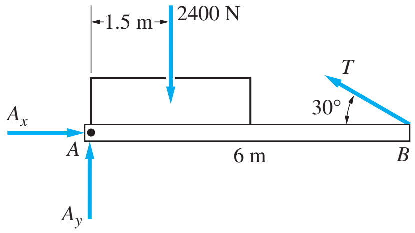


(a)

La barra en la figura (a), soportada por un pasador en A y un cable en B, resiste una carga uniformemente distribuida sobre su mitad izquierda. Ignorando el peso de la barra, determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento flexionante que actúan sobre la sección transversal en 1 analizando: 1. el segmento de la barra a la izquierda de la sección 1, y 2. el segmento de la barra a la derecha de la sección 1.

Solución

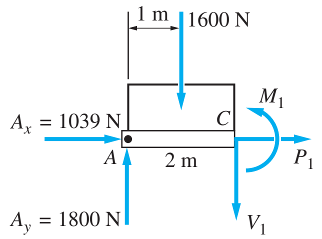
Cálculos preliminares



(b)

Se deben calcular las reacciones externas antes de que se pueda determinar el sistema de fuerzas internas. Como se muestra en el DCL en la figura (b), la barra está sometida a las fuerzas siguientes: las componentes A_x y A_y de la reacción en el pasador en A, la tensión T en el cable en B y la resultante de 2400 N de la carga uniformemente distribuida. En el análisis de equilibrio se determina las reacciones de la manera siguiente:

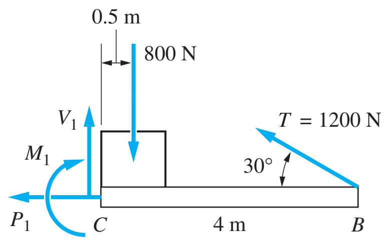
$$\Sigma M_A = 0 \quad \circlearrowleft + \quad T \operatorname{sen} 30^\circ (6) - 2400(1.5) = 0$$
$$T = 1200 \text{ N}$$
$$\Sigma F_x = 0 \quad \xrightarrow{+} \quad A_x - T \cos 30^\circ = 0$$
$$A_x = T \cos 30^\circ = 1200 \cos 30^\circ$$
$$A_x = 1039 \text{ N}$$
$$\Sigma F_y = 0 \quad +\uparrow \quad A_y - 2400 + T \operatorname{sen} 30^\circ = 0$$
$$A_y = 2400 - T \operatorname{sen} 30^\circ = 2400 - 1200 \operatorname{sen} 30^\circ$$
$$A_y = 1800 \text{ N}$$



(c)

Como estas respuestas son positivas, cada una de las reacciones están dirigidas como se supuso en la figura (b).

Para determinar el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la sección transversal en 1, se deben aislar los segmentos de la barra que se encuentran a cualquier lado de la sección 1. Los DCL de los segmentos a la izquierda y a la derecha de la sección 1 se muestran en las figuras (c) y (d), respectivamente. Observe que al determinar las resultantes de cargas distribuidas, sólo se considera la parte de la carga que actúa sobre el segmento.



(d)

El sistema de fuerzas que actúa sobre la sección transversal en 1 consiste en la fuerza normal P_1, la fuerza cortante V_1 y el momento flexionante M_1. Para ser consistente con la tercera ley de Newton (reacciones iguales y opuestas), P_1, V_1 y M_1 en la figura (c) se muestran iguales en magnitud, pero dirigidas opuestamente a sus contrapartes en la figura (d). Para calcular P_1, V_1 y M_1 se puede utilizar cualquier DCL.

Parte 1

Aplicando las ecuaciones de equilibrio al DCL del segmento de la barra que se encuentra a la izquierda de la sección 1, figura (c), se obtiene

$$\Sigma F_x = 0 \quad \xrightarrow{+} \quad P_1 + 1039 = 0$$
$$P_1 = -1039 \text{ N} \qquad \textit{Respuesta}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad +\uparrow \quad 1800 - 1600 - V_1 = 0$$

$$V_1 = 1800 - 1600 = 200\ \text{N} \qquad \textit{Respuesta}$$

$$\Sigma M_C = 0 \quad \circlearrowleft + \quad -1800(2) + 1600(1) + M_1 = 0$$

$$M_1 = 3600 - 1600 = 2000\ \text{N} \cdot \text{m} \qquad \textit{Respuesta}$$

El signo negativo en P_1 indica que su sentido es opuesto al que se muestra en el DCL.

Parte 2

Aplicando las ecuaciones de equilibrio al DCL del segmento de barra a la derecha de la sección 1, figura (d), se obtiene

$$\Sigma F_x = 0 \quad \xrightarrow{+} \quad -P_1 - 1200\cos 30^\circ = 0$$

$$P_1 = -1200\cos 30^\circ = -1039\ \text{N} \qquad \textit{Respuesta}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad +\uparrow \quad V_1 + 1200\,\text{sen}\,30^\circ - 800 = 0$$

$$V_1 = -1200\,\text{sen}\,30^\circ + 800 = 200\ \text{N} \qquad \textit{Respuesta}$$

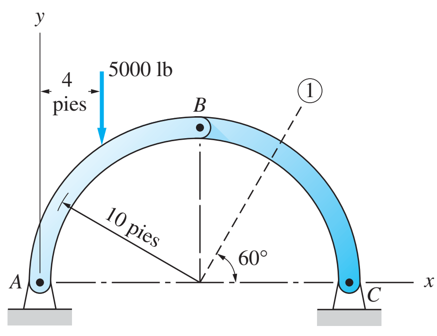
$$\Sigma M_C = 0 \quad \circlearrowleft + \quad -M_1 - 800(0.5) + 1200\,\text{sen}\,30^\circ(4) = 0$$

$$M_1 = -800(0.5) + 1200\,\text{sen}\,30^\circ(4) = 2000\ \text{N} \cdot \text{m} \qquad \textit{Respuesta}$$

Estas respuestas concuerdan, por supuesto, con las obtenidas en la parte 1.

Problema de ejemplo **6.2**

El arco circular articulado soporta una carga vertical de 5000 lb, como se muestra en la figura (a). Ignorando los pesos de los miembros, determine la fuerza normal, la fuerza cortante y el momento flexionante que actúan sobre la sección transversal en 1.



(a)

Solución

El DCL del arco completo se muestra en la figura (b). Las fuerzas A_x y A_y son las componentes de las reacciones en el pasador en A y R_C es la reacción en el pasador en C. Reconociendo que el miembro BC es de dos fuerzas, se sabe que R_C está dirigida a lo largo de la línea BC. En general, todas las reacciones externas se deben calcular antes de determinar los sistemas de fuerzas internas. Sin embargo, en este problema, sólo se necesita calcular R_C. Del DCL en la figura (b) se obtiene

$$\Sigma M_A = 0 \quad \circlearrowleft+ \quad R_C \operatorname{sen} 45^\circ(20) - 5000(4) = 0$$

$$R_C = 1414 \text{ lb}$$

Luego se considera el DCL de la parte CD ilustrado en la figura (c). Las fuerzas D_x y D_y son las componentes horizontal y vertical de la fuerza resultante que actúa sobre la sección transversal y M_1 es el momento flexionante. Se podrían calcular D_x, D_y y M_1 reconociendo que su resultante es una sola fuerza que es igual y opuesta a R_C. Sin embargo, es más simple calcular estas incógnitas utilizando las ecuaciones de equilibrio siguientes:

$$\Sigma F_x = 0 \quad \xrightarrow{+} \quad D_x - 1414 \cos 45^\circ = 0 \qquad D_x = 1000 \text{ lb}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad +\uparrow \quad -D_y + 1414 \operatorname{sen} 45^\circ = 0 \qquad D_y = 1000 \text{ lb}$$

$$\Sigma M_D = 0 \quad \circlearrowleft+ \quad M_1 - 1414 \cos 45^\circ(8.66) - 1414 \operatorname{sen} 45^\circ(5.00) = 0$$

$$M_1 = 3660 \text{ lb} \cdot \text{pie} \qquad \textit{Respuesta}$$

El DCL en la figura (d) muestra la fuerza resultante actuando sobre la sección transversal en términos de su componente normal P_1 y de su componente cortante V_1. Al comparar las figuras (c) y (d), se obtiene

$$P_1 = D_y \cos 60^\circ + D_x \operatorname{sen} 60^\circ$$

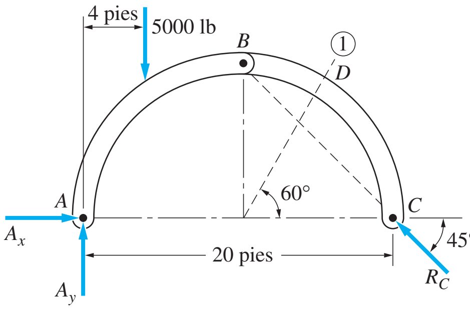
$$= 1000 \cos 60^\circ + 1000 \operatorname{sen} 60^\circ = 1366 \text{ lb} \qquad \textit{Respuesta}$$

y

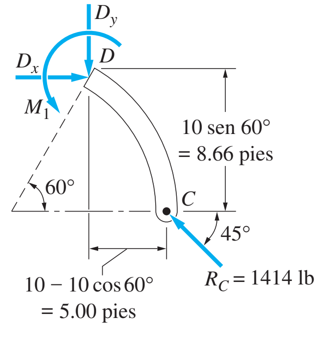
$$V_1 = D_y \operatorname{sen} 60^\circ - D_x \cos 60^\circ$$

$$= 1000 \operatorname{sen} 60^\circ - 1000 \cos 60^\circ = 366 \text{ lb} \qquad \textit{Respuesta}$$

Como P_1, V_1 y M_1 resultaron positivos, cada uno está dirigido como se indica en la figura (d).

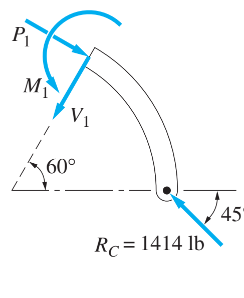


(b)



(c)

=



(d)

Problemas

En los problemas siguientes el sistema de fuerzas internas se debe representar como una fuerza normal P, una fuerza cortante V y un momento flexionante M. Ignore los pesos de los miembros.

6.1-6.3 Determine el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la sección 1 analizando el DCL del: (a) segmento *AD* y (b) segmento *DB*.

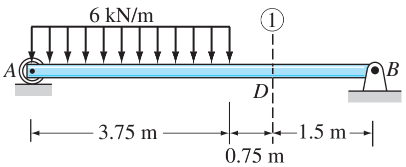


Fig. P6.1

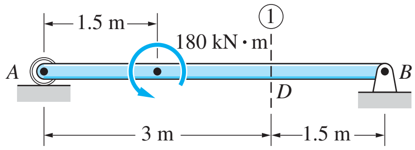


Fig. P6.2

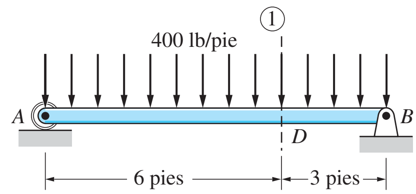


Fig. P6.3

6.4-6.6 Encuentre los sistemas de fuerzas internas que actúan sobre las secciones 1 y 2.

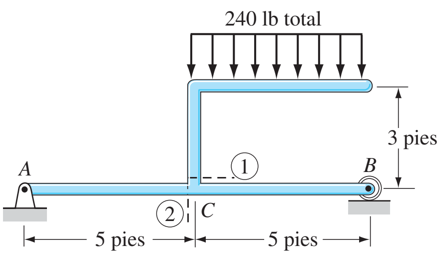


Fig. P6.4

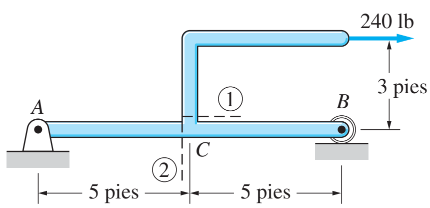


Fig. P6.5

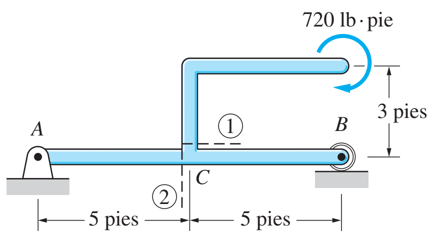


Fig. P6.6

6.7 Las tres vigas en voladizo idénticas soportan cargas verticales que están distribuidas de manera diferente. Se sabe que la viga (a) falla debido a que el momento flexionante máximo interno alcanza su valor crítico cuando $P_1 = 360$ lb. Calcule los valores de P_2 y P_3 que ocasionarán la falla de las otras dos vigas.

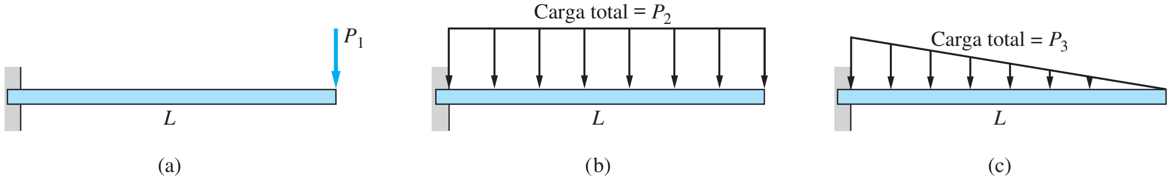


Fig. P6.7

6.8 Encontrar los sistemas de fuerzas internas que actúan en las secciones 1 y 2 para el perno de argolla que se muestra.

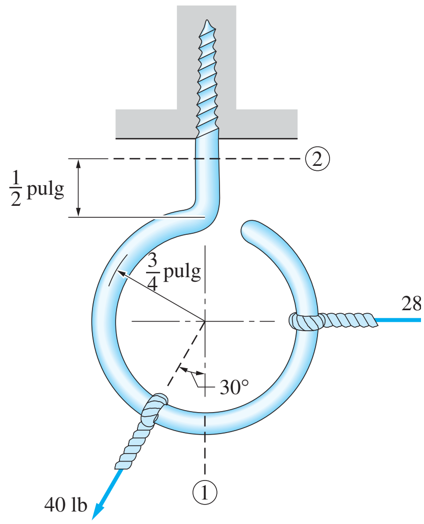


Fig. P6.8

6.9 Para el componente estructural ilustrado, determine los sistemas de fuerzas internas que actúan sobre las secciones 1 y 2.

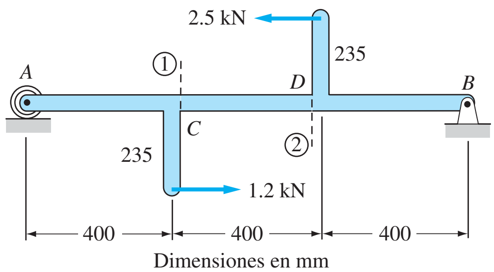


Fig. P6.9

6.10 Las dos barras, articuladas entre sí en *B*, están soportadas por una superficie sin fricción en *A* y un empotramiento en *C*. Ignorando los pesos de las barras, determine los sistemas de fuerzas internas que actúan sobre las secciones 1 y 2.

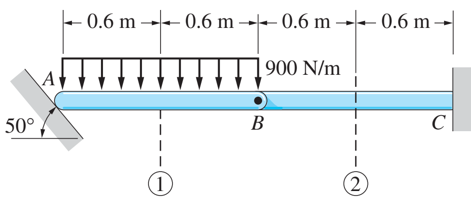


Fig. P6.10

6.11 Determine el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la sección 1 (justo debajo de *D*) del marco conectado con pasadores.

6.12 Determine los sistemas de fuerzas internas que actúan sobre la sección 2 (justo a la derecha de la carga de 600 N) del marco conectado con pasadores.

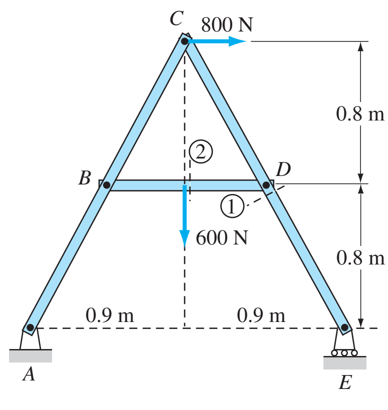


Fig. P6.11, P6.12

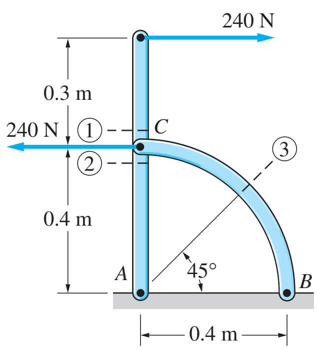


Fig. P6.13, P6.14

6.13 Determine los sistemas de fuerzas internas que actúan sobre las secciones 1 y 2 para el marco conectado con pasadores. Las secciones se ubican justo arriba y debajo del pasador *C*.

6.14 Encuentre el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la sección 3 para el marco conectado con pasadores.

6.15 Calcule los sistemas de fuerzas internas que actúan sobre las secciones 1 y 2, que están adyacentes al punto *C*.

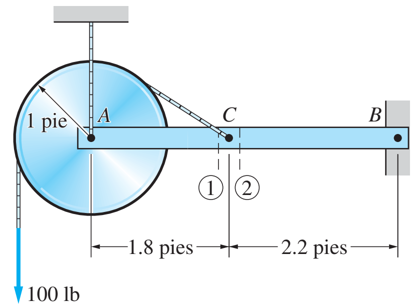


Fig. P6.15

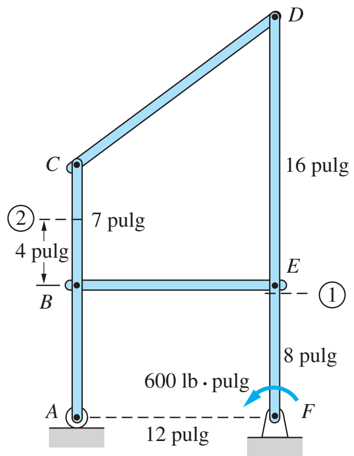


Fig. p6.16

6.16 El par de 600 lb · pulg se aplica al miembro *DEF* del marco conectado con pasadores. Encuentre los sistemas de fuerzas que actúan sobre las secciones 1 y 2.

6.17 Una persona de peso *W* sube por una escalera colocada sobre una superficie sin fricción. Encuentre el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la sección 1 como una función de *x* (la coordenada de posición de la persona).

6.18 Para la escalera en el problema 6.17, encuentre el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la sección 2, suponiendo que $x < a/2$.

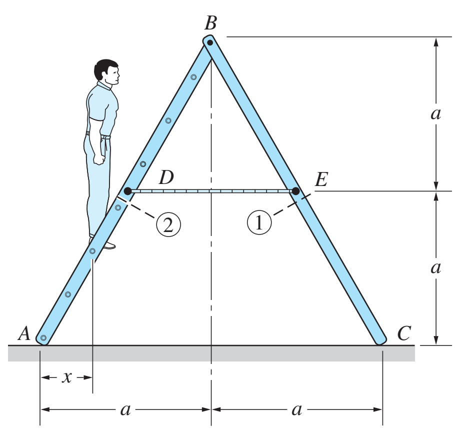


Fig. P6.17, P6.18

6.19 Determine el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la sección 1 del arco circular.

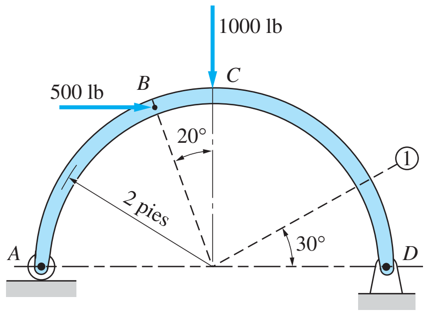


Fig. P6.19

***6.20** La ecuación del arco parabólico es $y = (36 - x^2)/6$, donde las unidades de x y y son pies. Calcule el sistema de fuerzas internas que actúa sobre la sección 1.

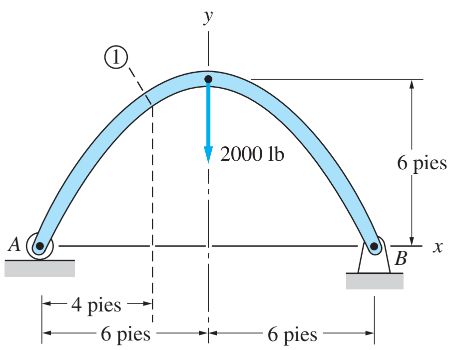


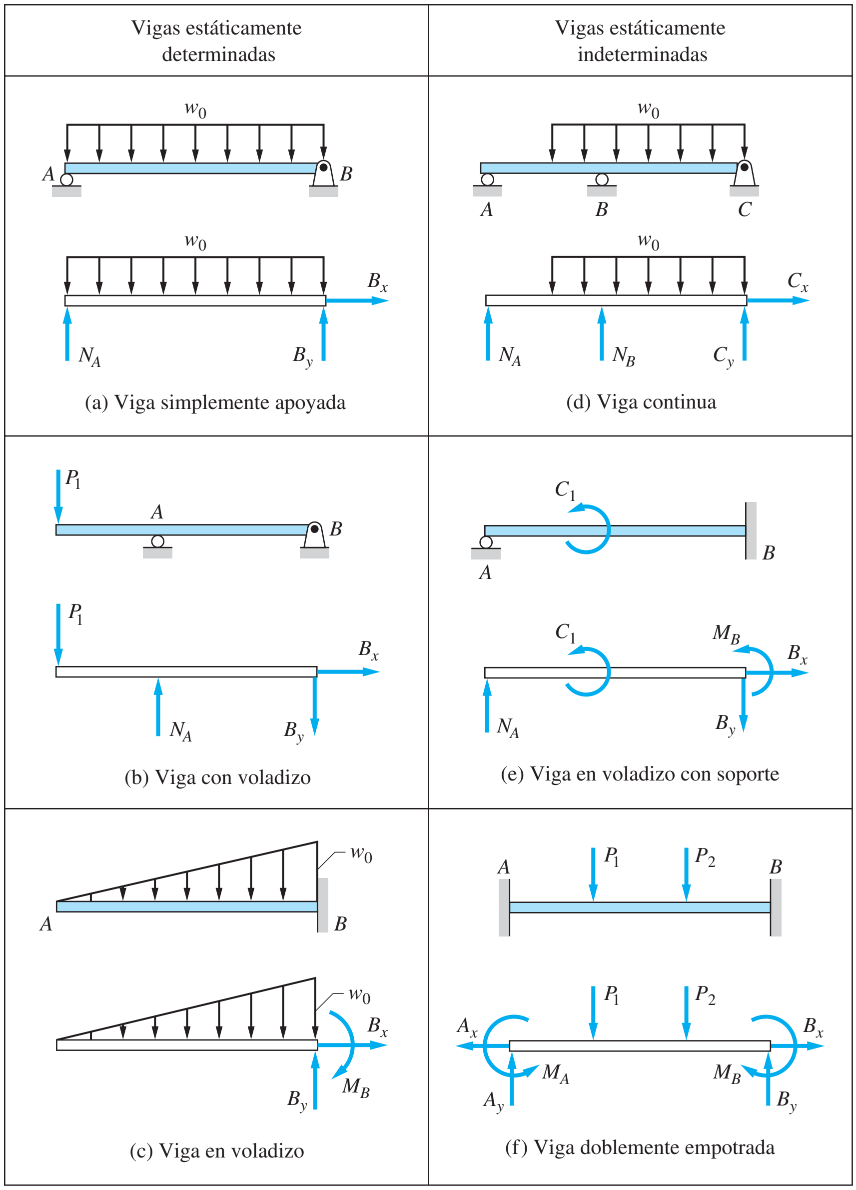
Fig. P6.20

*6.3 Análisis de fuerzas internas

a. Cargas y soportes

El término *viga* se reserva para una barra esbelta que está sometida a cargas transversales (las fuerzas aplicadas son perpendiculares a la barra). En este capítulo, se consideran sólo las cargas que también son coplanares. Como se explicó en el apartado 6.2, el sistema de fuerzas internas causado por cargas coplanares se puede representar como una fuerza normal, una fuerza cortante y un momento flexionante actuando sobre la sección transversal.

En la figura 6.4 se ilustran varios ejemplos de soportes y cargas coplanares de vigas que se presentan en el diseño estructural. También se muestran los diagramas de cuerpo libre de las vigas, en los que se presentan las cargas aplicadas y las reacciones en los soportes. Las reacciones para vigas estáticamente determinadas, figura 6.4(a) a (c), se pueden determinar con el análisis de equilibrio. El cálculo de las reacciones para vigas estáticamente indeterminadas, fig. 6.4(d) a (f), requiere de un análisis que está fuera del alcance de este libro.



b. *Convención de signos*

Por consistencia, es necesario adoptar convenciones de signos para las cargas aplicadas, fuerzas cortantes y momentos flexionantes. Se utilizarán las convenciones que se muestran en la figura 6.5, en donde se suponen que son *positivos* las o los:

- Fuerzas externas que están dirigidas hacia abajo; pares externos que están dirigidos en sentido de las manecillas del reloj.
- Fuerzas cortantes que tienden a girar un elemento de una viga en sentido de las manecillas del reloj.
- Momentos flexionantes que tienden a flexionar un elemento de una viga cóncavo hacia arriba (la viga "sonríe").

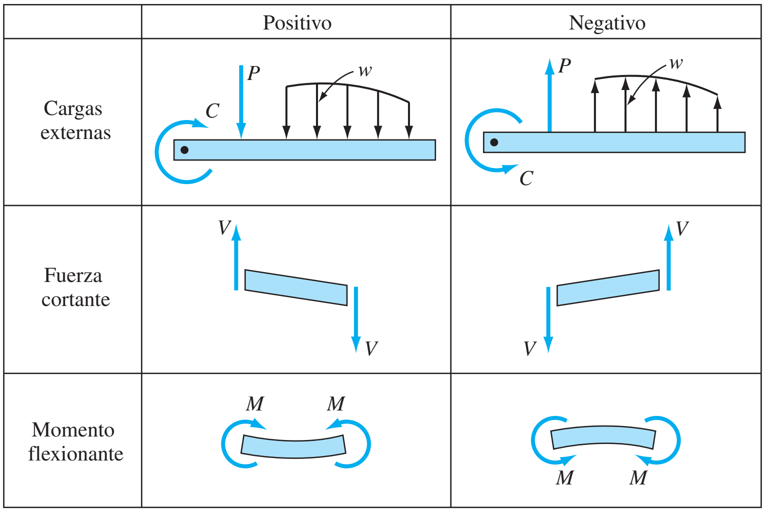


Fig. 6.5 Convenciones de signos para cargas externas, fuerza cortante y momento flexionante.

La desventaja principal de las convenciones anteriores es que dependen de adjetivos como “hacia abajo”, “en sentido de las manecillas del reloj”, etcétera. Para eliminar este obstáculo, en ocasiones se emplea una convención basada en un sistema de coordenadas cartesiano.

c. *Ecuaciones y diagramas de fuerza cortante y momento flexionante*

La determinación del sistema de fuerzas internas en una sección transversal *dada* en un miembro se analizó en la apartado 6.2. El objetivo del análisis de vigas es determinar la fuerza cortante y el momento flexionante en *cada* sección transversal de una viga. Se pone atención particular a encontrar los valores y las ubicaciones de la fuerza cortante máxima y del momento flexionante máximo. Los resultados permiten que los ingenieros seleccionen una viga adecuada que pueda soportar las cargas aplicadas.

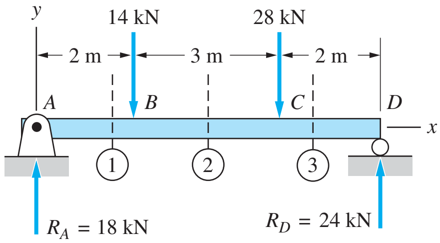
Las ecuaciones que describen la variación de la fuerza cortante (V) y del momento flexionante (M) con ubicación de la sección transversal se denominan *de fuerza cortante y momento flexionante* o simplemente, V y M. Estas ecuaciones siempre dependen de las convenciones de signos, como las que se muestran en la figura 6.5.

Cuando las ecuaciones V y M se grafican a escala, los resultados se denominan *diagramas de fuerza cortante y de momento flexionante* o simplemente, V y M. Después que se han graficado éstos, la fuerza cortante máxima y el momento flexionante máximo suelen determinarse por inspección o con un cálculo simple.

En los problemas de ejemplo siguientes, se explican los procedimientos para deducir las ecuaciones V y M, y para trazar los diagramas V y M.

Problema de ejemplo 6.3

La viga apoyada simplemente que se muestra en la figura (a) soporta dos cargas concentradas. 1. Deduzca las expresiones para la fuerza cortante y el momento flexionante para cada segmento de la viga. 2. Bosqueje los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante. Ignore el peso de la viga. Observe que las reacciones en los soportes en *A* y *D* ya se calcularon y se muestran en la figura (a).



(a)

Solución

Parte 1

La determinación de las expresiones para *V* y *M* para cada uno de los tres segmentos de la viga (*AB*, *BC* y *CD*) se explica a continuación.

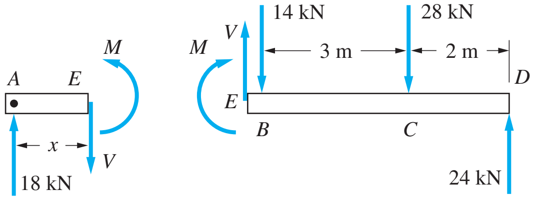
Segmento AB ($0 < x < 2\text{m}$) En la figura (b) se muestran los DCL para las dos partes de la viga que están separados por la sección 1, ubicada dentro del segmento *AB*. Observe que se muestran *V* y *M* actuando en sus direcciones positivas de acuerdo con las convenciones de signos en la figura 6.5. Como *V* y *M* son iguales en magnitud y opuestamente dirigidas en los dos DCL, se pueden calcular utilizando cualquier DCL. El análisis de la parte del DCL a la izquierda de la sección 1 da

$$\Sigma F_y = 0 \quad +\uparrow \quad 18 - V = 0$$

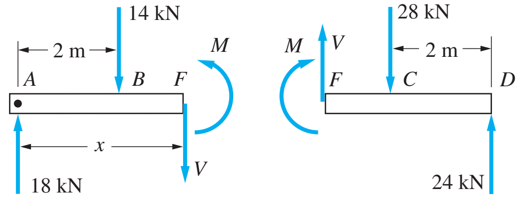
$$V = +18 \text{ kN}$$ *Respuesta*

$$\Sigma M_E = 0 \quad \circlearrowleft+ \quad -18x + M = 0$$

$$M = +18x \text{ kN} \cdot \text{m}$$ *Respuesta*



(b) DCL



(c) DCL

Segmento BC (2m < x < 5m) En la figura (c) se muestran los DCL para las dos partes de la viga que están separadas por la sección 2, una sección arbitraria dentro del segmento *BC*. Una vez más, *V* y *M* se suponen positivos de acuerdo con las convenciones de signos en la figura 6.5. El análisis de la parte a la izquierda de la sección 2 da

$$\Sigma F_y = 0 \quad +\uparrow \quad 18 - 14 - V = 0$$

$$V = +18 - 14 = +4 \text{ kN} \qquad \textit{Respuesta}$$

$$\Sigma M_F = 0 \quad \circlearrowleft + \quad -18x + 14(x-2) + M = 0$$

$$M = +18x - 14(x-2) = 4x + 28 \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad \textit{Respuesta}$$

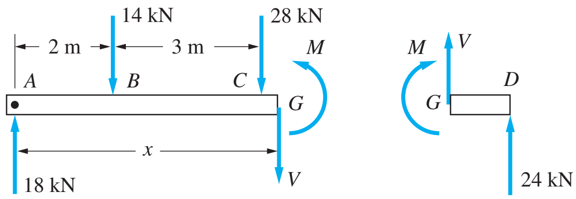
Segmento CD (5m < x < 7m) La sección 3 se utiliza para encontrar la fuerza cortante y el momento flexionante en el segmento *CD*. Los DCL en la figura (d) de nuevo muestran *V* y *M* actuando en sus direcciones positivas. Analizando la parte de la viga a la izquierda de la sección 3, se obtiene

$$\Sigma F_y = 0 \quad +\uparrow \quad 18 - 14 - 28 - V = 0$$

$$V = +18 - 14 - 28 = -24 \text{ kN} \qquad \textit{Respuesta}$$

$$\Sigma M_G = 0 \quad \circlearrowleft + \quad -18x + 14(x-2) + 28(x-5) + M = 0$$

$$M = +18x - 14(x-2) - 28(x-5) = -24x + 168 \text{ kN} \cdot \text{m} \qquad \textit{Respuesta}$$



(d) DCL

Parte 2

Los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante en las figuras (f) y (g) son los trazos de las expresiones para *V* y *M* deducidos en la parte 1. Al colocar estos trazos directamente debajo del bosquejo de la viga en la figura (e), se establece una relación visual clara entre los diagramas y las ubicaciones sobre la viga.

La tercera edición de *Ingeniería Mecánica: Estática*, ofrece a los estudiantes una cobertura de material sólida, sin la sobrecarga de detalles superfluos. La amplia experiencia docente del equipo de autores provee conocimiento de primera mano de los niveles de habilidad de aprendizaje de los estudiantes de hoy, que se refleja en el texto a través de la pedagogía y la vinculación de los problemas del mundo real y ejemplos, con los fundamentos de la Ingeniería Mecánica. Diseñado para enseñar a los estudiantes a analizar de forma eficaz los problemas antes de conectar los números en las fórmulas, éstos se benefician en gran medida al encontrar problemas de la vida real que no siempre encajan en las fórmulas habituales.

Características

- La introducción temprana de la relación entre fuerza y aceleración utilizada en esta pedagogía permite a los estudiantes darse cuenta de cómo se pueden utilizar mucho antes las leyes de Newton del movimiento para analizar los problemas.
- En su caso, los problemas de ejemplo se resuelven mediante notaciones escalares y vectoriales que permiten incrementar la capacidad de resolver problemas.
- El análisis del equilibrio de los problemas es el único enseñado en tres pasos: 1. cómo dibujar diagramas de cuerpo libre, 2. la forma de analizar los problemas con diagramas de cuerpo libre dados, y 3. cómo llevar a cabo análisis completos del problema mediante la combinación de los dos pasos anteriores.
- Las soluciones de los problemas de ejemplo que requieren análisis de equilibrio se tratan mediante una exclusiva y ordenada técnica con tres subdivisiones en general: i. método de análisis, ii. detalles matemáticos y iii. otros métodos de análisis.
- El análisis de equilibrio de un cuerpo único y organismos vinculados (a menudo denominado como "los marcos y las máquinas") se analizan con detalle en un capítulo único y completo.
- Se incluyen problemas de ejemplo que requieren integración numérica.

CENGAGE Learning®

http://latinoamerica.cengage.com

ISBN-13: 978-607481831-4
ISBN-10: 607481831-2

9 786074 818314